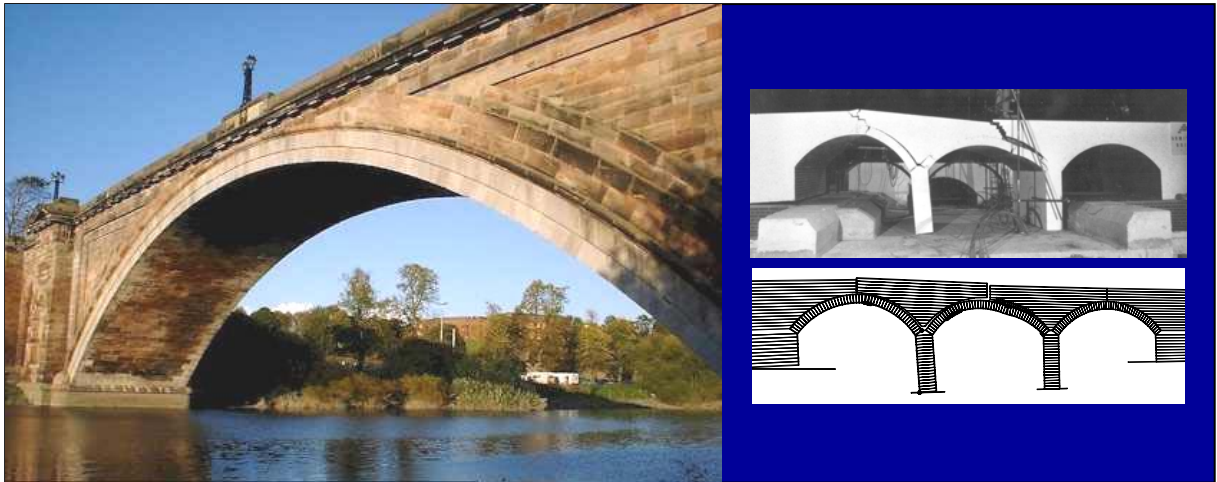


*Predavanje Mostar/Sarajevo, Bosna i Hercegovina, 2004.*



# **Zidani lučni mostovi**

**- konstrukcija, teorija i novija istraživanja u UK**

Dr Matthew Gilbert  
*Department of Civil & Structural Engineering  
University of Sheffield, UK*

# **Zidani lučni mostovi**

## **- konstrukcija, teorija i novija istraživanja u UK**

*Predavanje Mostar/Sarajevo, Bosna i Hercegovina, 2004.*

Dr Matthew Gilbert  
*Department of Civil & Structural Engineering  
University of Sheffield, UK*

---

---

*Pokrovitelj:*   **GRAD MOSTAR, GRADSKA UPRAVA**

*Organizatori:*   **MEĐUNARODNI FORUM BOSNA,  
CENTAR ZA TEHNOLOGIJE I OBRAZOVANJE**

**GRAĐEVINSKI FAKULTET  
UNIVERZITETA «DŽEMAL BIJEDIĆ» U MOSTARU**

**GRAĐEVINSKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU**

**KONSTRUKTERSKI BIRO  
INTERPROJEKT D.O.O. MOSTAR**

*Pomogli:*   **PROJEKTNI BIRO  
STARI GRAD D.O.O. MOSTAR**

ZIDANI LUČNI MOSTOVI  
Predavanje Mostar/Sarajevo, Bosna i Hercegovina, 2004.  
Dr Matthew Gilbert

Uz prevod

Prvenstvena namjera ovog prevoda jeste da pisani materijal uz predavanje bude dostupan većem broju čitalaca u Bosni i Hercegovini. Onim čitaocima koji vladaju engleskim jezikom, svakako preporučujemo izvorni tekst koji je priložen u drugom dijelu.

Neophodno je napomenuti da interpretacija nekoliko engleskih izraza i termina, može biti, u prvom trenutku zbunjujuća. Ostaje naravno i mogućnost da je neka druga, bolja interpretacija bila više u duhu našeg svakodnevnog govora kao i stručne terminologije.

Engleski termin *Ring* je preveden kao *prsten*, što je interpretacija koja odgovara nazivu računarskog programa koji je predavač razvio. U samom tekstu predavanja možda bi bolji prevod bio *sloj* jer se, u stvari, odnosi na slojeve svoda mosta. Kod nas se, kada se spominje svod, gotovo podrazumijeva da se radi o jednom *sloju*, jer je svod obično rađen od kamena gdje je moguće dobiti veće odnosne potrebne dimenzije bloka. Tamo gdje su svodovi rađeni od opeke, neophodno je izraditi dva ili više slojeva (prstenova).

Kod načina izrade više prstenova (slojeva) pojavljuju se izrazi *dužnjaci* i *vežnjaci*. Ovi izrazi se principijelno odnose na *pravce* duž linije svoda i okomito na tangentu linije svoda dok npr. duža strana bloka *dužnjaka* nije u pravcu linije svoda.

Pri prevođenju je korištena literatura<sup>1 2 3</sup>, kao i korisni savjeti te pregled koje su pružili kolega S.Kulukčija<sup>4</sup> i prof.dr M.Zlatar<sup>5</sup>.

Mostar, februar 2004.

Mustafa Humo, dipl.ing.građ.  
INTERPROJEKT d.o.o. Mostar

---

<sup>1</sup> GOJKOVIĆ M., "Stari kameni mostovi", IP "Naučna knjiga" Beigrad, 1989.

<sup>2</sup> SORIĆ Z., "Zidane konstrukcije", Hrvatski savez građevinskih inženjera, Zagreb, 1999.

<sup>3</sup> ČAMPARA E., "Međunarodni riječnik arhitekture, građevinstva i urbanizma", Grafički zavod Hrvatske, 1984.

<sup>4</sup> Salko Kulukčija, dipl.ing.građ., INTERPROJEKT d.o.o. Mostar

<sup>5</sup> Prof.dr.Muhamed Zlatar, GRAĐEVINSKI FAKULTET Sarajevo

# Zidani lučni mostovi: konstrukcija, teorija i novija istraživanja u Ujedinjenom Kraljevstvu

*Matthew Gilbert BEng PhD CEng MICE*  
*University of Sheffield, UK*

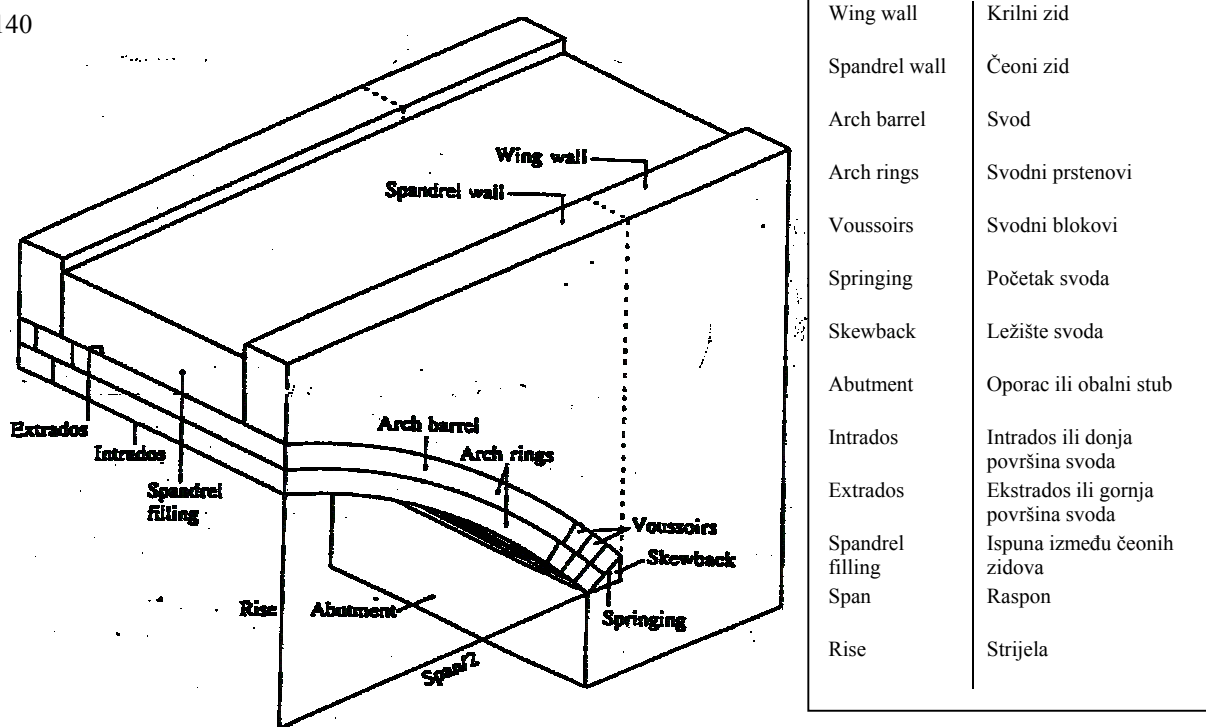
## 1. Uvod

Zidani lučni mostovi zauzimaju posebno mjesto u srcima mnogih stanovnika Evrope. Primjer je, recimo, pojava nekoliko izmišljenih "istorijskih" zidanih lučnih mostova na nedavno uvedenim Euro novčanicama. Pored svog značaja u kulturnom i istorijskom smislu, zidani lučni mostovi, u mnogim Evropskim zemljama, predstavljaju bitan dio savremene saobraćajne infrastrukture (npr. skoro 50 procenata svih mostova u UK otpada na zidane).

U ovom su radu, ukrajto, opisani neki od ključnih inženjerskih aspekata vezanih za zidane lučne mostove: oblici konstrukcije, teorije o tome kako lukovi "stoje" i "padaju" kao i zaključci proizašli iz najnovijih istraživanja u UK o ponašanju zidanih lučnih mostova pri slomu.

Dok su uobičajeno inženjeri prevashodno zaokupljeni problemima popravke i održavanja postojećeg fonda mostova, istovremeno su zahtjevi za trajnošću i niskim troškovima održavanja doveli u 2003. godini do pojave novog UK standarda za izradu novih narmiranih lučnih mostova. Ovo može voditi ka preporodu u njihovoj budućoj izgradnji.

140



Slika 1 Nazivi dijelova lučnog mosta

## 2. Konstrukcija lučnog mosta

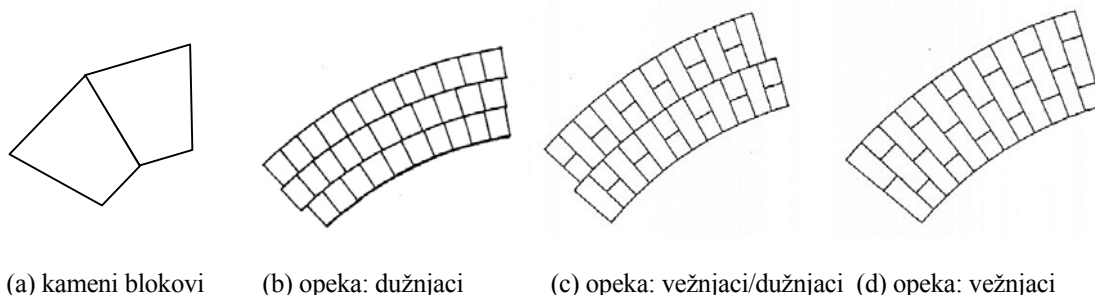
### 2.1 Rani mostovi

Vjerovatno je da su najraniji lukovi, izgrađeni na Srednjem i Bliskom istoku, bili od opeke a ne od kamena [1]. Skoro sigurno su bili projektovani i rađeni na principima rizika, pokušaja i greške (izraz "projektovani" je korišten u blagom obliku, kako bi se mogao opisati misaoni proces koji mora da je vodio ka izboru zida za oblikovanje luka), uz korištenje iskustvenih pravila koja su izgleda, tokom vremena, davala graditelju mosta ideju o proporcijama koje su potrebne da bi uspješno mogao premostiti zahtijevani raspon. Takva iskustvena pravila su imala malo veze sa teoretskim analizama, koje su se pojavile relativno nedavno – u sedamnaestom vijeku. Na

primjer, izgleda da su sve najveće srednjovjekovne zidane konstrukcije bile izgrađene bez teoretskih analiza, mada postoje tragovi da je u mnogim slučajevima prvo izrađen i testiran prototip u manjoj razmjeri [2].

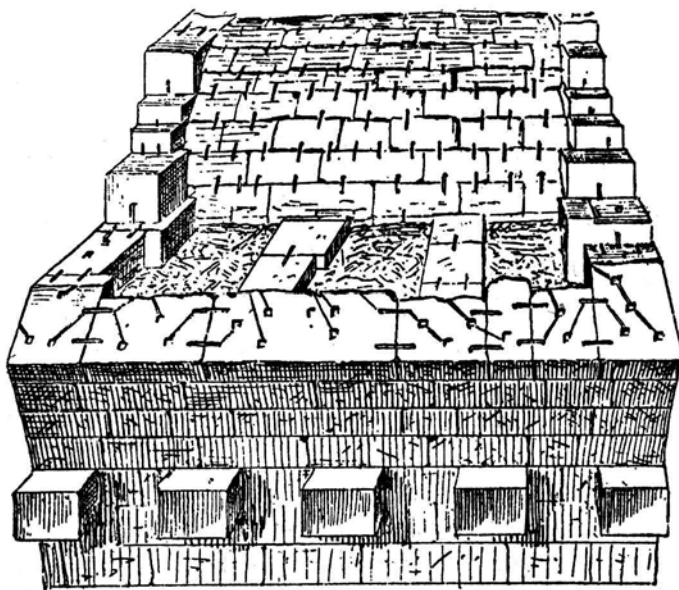
Postoje značajne razvojne prekretnice u umijeću izgradnje zidanih lučnih mostova. Na primjer, Perronet-ov [3] konceptijski iskorak u pogledu pristupa potisku kod višerasponskih lučnih mostova, doveo je do promjena u iskustvenim pravilima a slijedom toga i do značajnog smanjenja dimenzija srednjih stubova kod takvih mostova (on je shvatio da potisci susjednih raspona mogu međusobno stvarati protuteg).

Mnogi od davnih i srednjovjekovnih zidanih lučnih mostova su bili građeni od kamena, a sami svodovi izrađeni od određenog broja grubo obrađenih ili tesanih kamenih blokova, složenih u jednostruki prsten-sloj (Slika 2a).



**Slika 2 Tipični primjeri veza kod zidanih lukova**

Ispitivanje kamenih blokova Starog Mosta ukazalo je na korištenje željeznih moždanika za međusobno povezivanje blokova. Izgleda da je ovo bilo relativno uobičajeno barem od vremena Rimljana (Slika 3)



**Slika 3 Ojačanje na ekstradosu mosta Ponte Cestio, Rim [4]**

Zanimljivo je da kod primjene ručno rađenih željeznih šipki, ankerisanih uz pomoć istopljenog olova, često ima malo znakova korozije. Ne tako davno je zabilježeno da je, u ranom devetnaestom vijeku, ponekad korišteno trakasto željezo da bi se povećala čvrstoća зида od opeke [5]. Danas, mnogi istraživači ispituju metode naknadne ugradnje ojačanja u postojeće mostove kako bi se povećala njihova čvrstoća. Međutim, kod ovih slučajeva mora biti obezbjeđena izuzetna predostrožnost kako bismo bili sigurni da cjelokupno ponašanje konstrukcije nije bitno promijenjeno.

## 2.2 Izgradnja mostova u industrijskom dobu

U osamnaestom i devetnaestom vijeku pojavila se hitna potreba za kvalitetnijom saobraćajnom infrastrukturom što je u mnogim evropskim zemljama vodilo ka nezabilježenom zahtjevu za novim mostovima. Da bi se snizili troškovi postojala je određena standardizacija, gdje su mnoge željezničke kompanije koristile, na primjer, mali broj tipskih projekata za svoje mostove na cijelom saobraćajnom potezu [6]. Dodatno, riječni tokovi i željeznice

su omogućavali da materijal za mostove bude prevožen na prilično velike udaljenosti, što je ponekad značilo korištenje istih materijala za niz objekata na određenoj dionici riječnog toka ili željeznice.

Isto tako, da bi se skratilo vrijeme i snizili troškovi gradnje, mnogi lučni mostovi devetnaestog vijeka su rađeni od opeke a ne od kamena (razvojem su postignuti bolji malteri i pogodnija opeka, a možda je na vrhuncu gradnje željezničkih mostova, na primjer, nedostajalo kvalifikovanih majstora za rad s kamenom). Sami lukovi su često građeni u vidu višestrukih prstenova (više slojeva). U UK je bilo popularnije korištenje veze “dužnjaka” (Slika 2d) bez povezivanja susjednih presjeka zida od opeke. Primjena veze “vežnjaka” za lukove (Slika 2b) je podrazumijevala namjensku proizvodnju opeke konusnog oblika. Slučajno, praksa gradnje lukova od opeke u pravilnim redovima, bez veza među slojevima, ne predstavlja noviju praksu; lukovi starih Egipćana su ponekad građeni na ovaj način.

Kod većine relativno kratkih, jednorasponskih mostova, čeonih zidovi su rađeni na rubovima svoda, a tako dobijena šupljina, popunjavana kako bi se obezbijedila ravna površina za cestu ili željeznicu. Postoji dosta pokazatelja koji ukazuju da ukleštenje na oba kraja raspona, kao posljedica prisustva nasutog materijala, može značajno ojačati dati most. Takođe, postoje pokazatelji koji ukazuju da čeonih zidovi često mogu obezbijediti dodatno ukleštenje opterećenih svodova. O ovim značajnim tačkama, ponovo će biti riječi kasnije.

Međutim, da bi se smanjila vlastita težina mnogih više-rasponskih mostova sa velikim rasponima, često šupljine između čeonih zidova nisu zapunjavane nasutim materijalom. Umjesto toga, rađeni su unutrašnji trokutasti zidovi (ponekad nazivani podužni ili “skriveni” zidovi) radi prenosa opterećenja na svod. Kod više-rasponskih mostova, ovi zidovi su vjeoravno imali veoma važnu dodatnu ulogu razupiranja svodova susjednih raspona.

Tvrđi se [7] da su zidani lukovi zastarili do sredine devetnaestog vijeka. Međutim, dok su kovano željezo a kasnije čelik i armirani beton zaista postali uobičajeni materijali za mostove, izgrađeni su brojni zidani lučni mostovi u kasnom devetnaestom vijeku, a mnogi i u ranom dvadesetom vijeku. Na primjer, viadukt Nairn preko močvare Culloden, najduži zidani lučni most u Škotskoj i rađen od crvenog pješčara, izgrađen je poslije 1898.

Drugdje u Evropi, Sejourné-ov smion most Pont D’Adolphe, raspona 85m, bez čeonih zidova, otvoren je 1903, a u Kini su izgrađeni veoma dugi zidani lučni mostovi (do 120m dužine) u drugoj polovini dvadesetog vijeka.

## **2.3 Značajni zidani lučni mostovi u UK**

### **2.3.1 Pontypridd**

Sa svojim rasponom od približno 45m, vjerovalo se, kada je završen 1755, da je to najduži raspon u svijetu, premošten “kamenom”. Međutim, možda je najzanimljivije da je sadašnji most u stvari izgrađen odmah nakon što je graditelj William Edwards imao dva prethodna neuspjela pokušaja da premosti rijeku. Prvu, drvenu konstrukciju je odnijela poplava, dok se sljedeći, kameni lučni most srušio odmah nakon uklanjanja skele, zbog oblika koji je pogrešno odabran da bi nosio vlastitu težinu mosta.

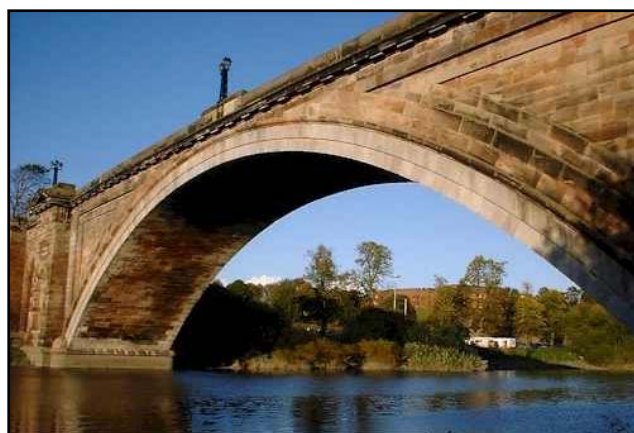
Edwards-ov eventualno uspješni projekat, koji stoji do danas, uključivao je otvore iznad vuta (Slika 4). Ovo je smanjilo težinu u tim područjima, te tako omogućilo da se potporna linija u potpunosti smjesti unutar zida. Most je prilično vitak (odnos između debljine svoda i raspona iznosi 1:56), a nedavno je urađen umanjeni model mosta, testiran u centrifugi i takođe provedena analiza metodom nelinearnih elastičnih konačnih elemenata [8].

### **2.3.2 Chester**

Za most Grosvenor u oblasti Chester se, kada je završen 1833, takođe vjerovalo da je sa svojim rasponom od približno 60m, najveći “kameni” raspon u svijetu. Činjenica da je ovo i danas najveći “kameni” raspon u UK ukazuje da su kasnije radije korišteni drugi materijali i/ili drugi konstruktivni oblici za premoštavanje ove veličine.



Slika 4 Ugravirani natpis na mostu Pontypridd, Wales, UK [9]



Slika 5 Most Grosvenor, Chester (UK)



Slika 6 Viadukt Ribbleshead (UK)

### 2.3.3 Viadukt Ribbleshead

Ova željeznička konstrukcija, možda slavna zbog svog položaja (preko puste močvare u području Yorkshire Dales, na sjeveru Engleske) završena je 1875. Možda je to najpoznatiji zidani lučni most u Britaniji i uprkos svojoj komparativnoj modernosti, danas predstavlja “drevni spomenik”. Konstrukcija se sastoji od 24 svoda, duga je 400m i do preko 30m visoka. Predstavnik je mnogih sličnih željezničkih viadukta izgrađenih u UK od ranog devetnaestog pa do ranog dvadesetog vijeka. Kamena fasada skriva svodove od opeke rađene vezom “dužnjaka”, zatim unutrašnje “čeone” zidove umjesto zemljanog nasipa te prilično vitke srednje stubove (mada su na svakom šestom rasponu korišteni veći stubovi kako bi se svodovi mogli graditi u grupama po šest a i kako bi se spriječilo rušenje sva 24 svoda u slučaju uklanjanja jednog od njih). Nedavno je urađena generalna popravka, kada je ugrađena hidroizolacija i izvršena zamjena i/ili pričvršćenje nekih kamenih blokova u stubovima. Očekuje se da će konstrukcija sada trajati decenijama bez značajnih mjera održavanja.

## 3. Istorijski razvoj teorije lukova

### 3.1 Rane teorije

Izgleda da je Robert Hooke prvi ispravno razumio kako lukovi stoje. Zabilježio je 1675. da „onako kako vise lančani, tako, samo obrnuto, stoje zidani lukovi“ (ovo je je kodirano u obliku latinskog anagrama, očito kako bi njegov veliki rival u tom periodu, Isaac Newton, bio spriječen u krađi ovog otkrića). Zaključak je da će jedan jednostavan viseći kabl, kada je smrznut, nositi vlastitu težinu u obrnutom položaju (ovdje su zanemareni problemi stabilnosti). Ako se obrnutom kabl simetrično povećava debljina, onda on i dalje nosi vlastitu težinu bez pojave savijavanja. Jasno je da će dodavanje vanjskog opterećenja imati za posljedicu savijanje, što se u smislu unutrašnjih naprezanja, može idealizirati ekscentričnim potiskom. Ukoliko ovakva potporna linija u svim presjecima leži unutar luka, onda će luk ostati stabilan. Mnogo kasnije Barlow [10] je pokazao da nema jedinstvene potporne linije vezane za stabilan luk, nego da postoje mnoge mogućnosti.

Mora da je Hooke-ovo otkriće, u kasnom sedamnaestom vijeku, potvrdilo ono što su već mnogi kvalitativno uzimali u obzir, to jest da bi luk bio stabilan, mora biti ispravno oblikovan prema šemi opterećenja. Hooke-ova teorija je kasnije korištena u čuvenom slučaju kada je Poleni pokazao stabilnost kupole St Peter u Rimu, nakon pojave pukotina i formiranja “kriški naranče”. Međutim, izgleda da, u zabačenijim krajevima UK, nova teorija nije široko primjenjivana još dugi niz godina (npr. u slučaju mosta Pontypridd – vidi poglavlje 2.3.1).

Dodatno, korištenjem Hooke-ove teorije, lako je pokazati da dok u slučaju kratko-rasponskih mostova, predvidivo korisno opterećenje može značajno promijeniti oblik potporne linije (te stoga postoji mogućnost ugrožavanja stabilnosti konstrukcije), u slučaju mostova velikih raspona, predvidivo korisno opterećenje će, u zanemarivoj veličini, promijeniti oblik potporne linije, ukazujući da je korisno opterećenje zanemarivo u poređenju sa uticajima od vlastite težine (te stoga nije vjerovatno da će ugroziti stabilnost konstrukcije).

### 3.2 Primjena teorije elastičnosti

Navier-ov rad [11] je pokazao da se, za linearno elastične materijale gdje ravni presjeci ostaju ravni, zatezanje može izbjeći ako obezbjedimo da potporna linija leži u srednjoj trećini presjeka. Kombinacija ova dva rada je dovela do dobro poznatog pravila srednje trećine koje teži da isključi zatezanje iz zidanih konstrukcija i tako izbjegne bilo kakve pukotine. To je takođe omogućilo analitičarima luksuz modeliranja luka kao elastičnog kontinuuma.

Castigliano [12] je primijenio na luk teoreme o minimumu deformacione energije. Položaj potporne linije bi bio određen, a zatim izvršena provjera da li leži u srednjoj trećini; ako to nije bio slučaj onda bi zategnuta zona bila „isključena“ a proračun ponavljan sve dok nije bilo isključeno zatezanje u svim tačkama luka.

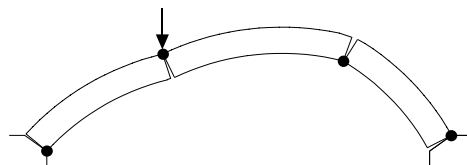
Glavna prednost elastične analize jeste da se veličine napona i pomjeranja mogu izračunati – koliko ovo ima značenja, ostaje otvoreno za rasprave ali mora se priznati da obezbjeđuje “osjećaj” za njihove vjerovatne vrijednosti. Međutim, generalno je prihvaćeno da zidani lučni mostovi imaju pukotine – čak i prije skidanja skele. Tako, nasuprot razmatranju zidanih konstrukcija kao elastičnog kontinuuma stoji analitički model koji razmatra zidanu konstrukciju kao poseban skup neelastičnih kamenih blokova ili blokova od opeke, gdje se nepravilnosti između njih popunjavaju malterom što dopušta prenos sile pritiska dok sprječava klizanje i ne dozvoljava prenos sila zatezanja. Ovakav pristup je sličan onom koji favorizuje ovaj autor (vidi poglavlje 4.4).

## 4. Nedavne studije u UK o ponašanju zidanih lučnih mostova

Sredinom 1980-ih u UK je objavljeno da će biti povećana maksimalna dozvoljena težina vozila na cestovnoj mreži što je dovelo do bojazni da nosivost postojećih zidanih lučnih mostova možda nije odgovarajuća. Stoga je pokrenut sveobuhvatan program istraživanja o ponašanju zidanih lučnih mostova. Kao dio ovog programa, izveden je niz testova opterećenjem do loma na postojećim mostovima kao i modelima u punoj veličini, a istovremeno je istraživana efikasnost različitih analitičkih metoda.

### 4.1 Testovi opterećenjem do loma na postojećim mostovima

Laboratorija za istraživanje transporta i puteva (The Transport and Road Research Laboratory – TRRL, sada TRL) u UK, izvela je ili je ugovorila sa drugima da izvedu 10 testova na suvišnim lučnim mostovima u kasnim 1980-im i ranim 1990-im godinama. Namjera je bila da se svi mostovi testiraju do loma, mada ovo kod dva od deset testiranih mostova, nije bilo moguće. Većina mostova su pala nakon formiranja četverozglobnog mehanizma (Slika 7), mada su neki pali zbog “trozglobnog preloma” ili zbog “pritiska” (lom u materijalu). Vjerovatno je da su mnogi od testiranih mostova bili značajano ojačani spojenim čeonim zidovima i/ili ispunom od zida. Više informacija o ovim testovima dato je kod Page-a [13].



Slika 7 Četverozglobni mehanizam loma

Gledajući unazad, trebalo je uraditi više istraživanja prije testova kako bi bili bolje određeni unutrašnji konstruktivni detalji i karakteristike materijala. Ovo bi bilo korisno za dobijanje razumljivijeg seta podataka za



analitičare koji su pokušali da modeliraju ponašanje mostova pod opterećenjem (u datom slučaju analitičari su se sporili oko izbora realističnih vrijednosti za neke od slabo određenih parametara).

Dodatno neki kritičari su postavljali pitanje izbora načina opterećavanja (korištenje krute grede preko pune širine mosta, tipično na četvrtini raspona). Primjedba je bila da mostovi sa neodgovarajućim oporcima mogu biti osjetljiviji na opterećenje u blizini krune i da korištenje krute grede preko pune širine mosta nije odgovarajuća zamjena za koncentrisano opterećenje od točkova vozila kao u praksi (što može biti teže).

## 4.2 Testovi opterećenja do loma na mostovima u laboratoriji

Velika prednost testiranja mostova u laboratoriji jeste da su poznati unutrašnji konstruktivni detalji i materijali. Ovo potencijalno, čini laboratorijske testove korisnijim za ispitivanje efikasnosti alternativnih metoda analize. Moguća mana je da kada se planiraju takvi testovi ponekad postoji iskušenje za pojednostavljivanjem konstruktivnih detalja mostova do te mjere da testovi postanu u potpunosti beskorisni za upoređenje sa stvarnom konstrukcijom.

### 4.2.1 Bolton-ovi testovi jednorasponskog mosta [14]

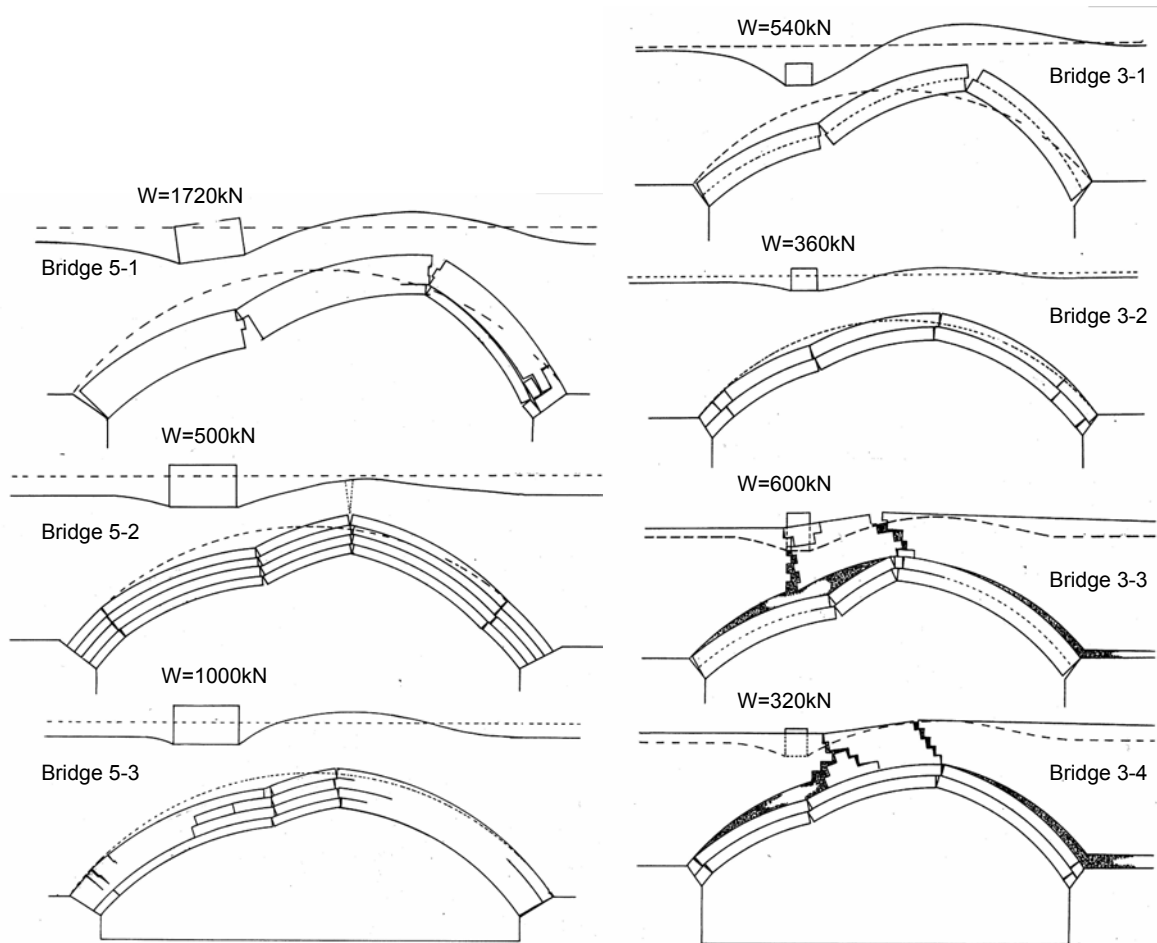
Melbourne i Gilbert su napravili izvještaj o sedam testova na jednorasponskim mostovima, raspona 3 i 5m. Glavni ciljevi programa testa su bili (i) odrediti koliki uticaj na kapacitet nosivosti ima prisustvo veze po cijeloj debljini u više-prstenskom lučnom mostu od opeke, i (ii) odrediti koliki uticaj na kapacitet nosivosti ima prisustvo čeonih zidova. Tako su svi mostovi osim jednog, napravljeni sa jednim ili oba (laboratorijski simulirana) poremećaja, razdvajanje prstenova (delaminacija) i odvajanje čeonog zida. Dodatni cilj je bio dobiti procjenu ponašanja ispune dok su mostovi pod opterećenjem. Na Slici 8 je prikazan tipičan most raspona 5m, prije testiranja.

Poremećaj radvojenosti prstenova je postignut korištenjem ovlaženog pijeska umjesto maltera između prstenova. Odvojenost čeonog zida je poremećaj koji se javlja u praksi kada se čeon zid pomjera bočno, razdvajajući se od svoda, obično vučući za sobom dio svoda i tako omogućujući centralnom dijelu svoda da krene pored zida.



**Slika 8 Laboratorijski most, raspona 5m, prije testiranja (oprema za mjerenje napona – ispred)**

Načini loma su prikazani na Slici 9. Najvažnije saznanje je da razdvojenost prstenova dramatično smanjuje nosivost mosta, u slučaju kada se koristi veza “dužnjaka” za svod (Slika 2b).

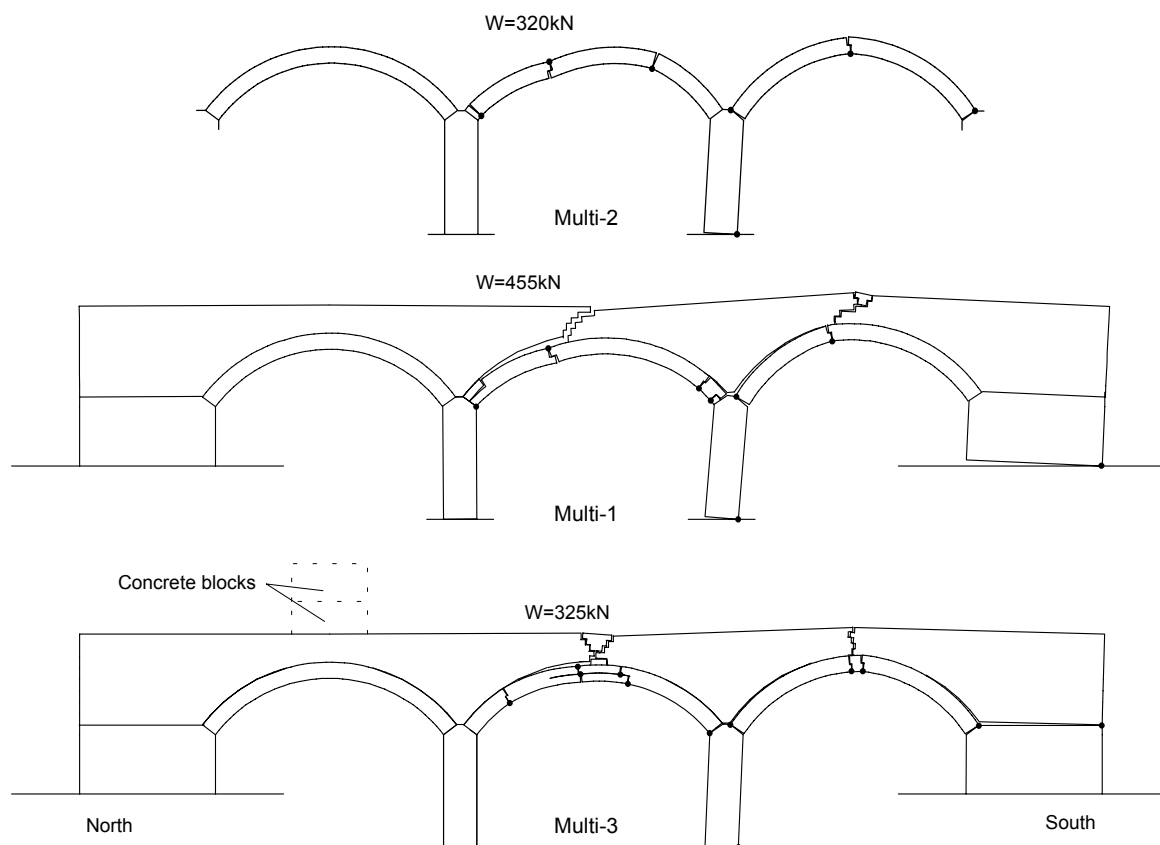


**Slika 9 Načini loma jednorasponskog mosta**

#### 4.2.2 Bolton-ovi testovi višerasponskih mostova [15]

Glavni ciljevi testova bili su (i) odedivanje tipičnih načina loma višerasponskih lučnih mostova i (ii) određivanje kapaciteta nosivosti višerasponskih u odnosu na jednorasponske mostove. Treba imati na umu, pošto vjerovatni način loma višerasponskih mostova nije bio poznat prije početnih testova, da je očigledno i kritični položaj opterećenja takođe bio nepoznat. Iz ovog razloga prva dva mosta su opterećena na četvrtini raspona (centralnog raspona), kako bi ovo odgovaralo kritičnom položaju za većinu jednorasponskih lučnih mostova.

Program testa je obuhvatio seriju od tri modela višerasponskih mostova, u velikoj razmjeri. Svaki most je imao tri raspona po 3m, svaki iste geometrije kao jednorasponski mostovi od 3m, opisani u prethodnom poglavlju (odnos između raspona i strijele iznosio je 4:1, debljina prstena 215mm). Mostovi br.1 i 3 su bili nominalno identični, oba građena sa vezanim čeonim zidovima. Most br.2 je rađen sa čeonim zidovima odvojenim od svoda na svakom rasponu, ali napravljenim na istim stubovima i oporcima na koje se oslanjaju i svodovi. Srednji stubovi su projektovani da imaju slične odnose visina stuba : debljina stuba i raspon svoda : debljina stuba, kao što oni koji su korišteni u praksi u toku devetnaestog vijeka. Na Slici 10 je prikazan mehanizam loma ovih mostova.

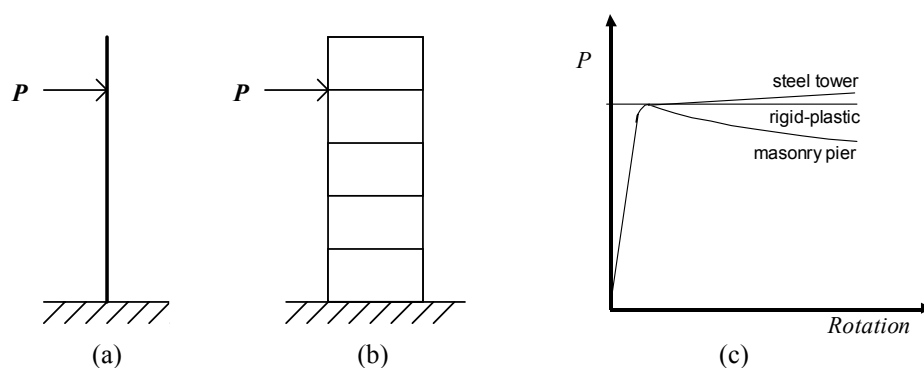


**Slika 10 Načini loma višeraspanskog mosta**

Upoređenje opterećenja pri lomu mostova ukazuje da se kritični položaj opterećenja za višeraspanske mostove u pravilu nalazi u blizini krune. Nadalje, očigledno je da prisustvo čeonih zidova može pomoći povećanju kapaciteta nosivosti.

### 4.3 Metode granične analize

Heyman [7] je istakao da uprkos nedostatku kapaciteta plastičnog momenta, takvog kakvog posjeduju čelične i armirano-betonske konstrukcije, metode plastične analize se mogu primijeniti na zidane gravitacione konstrukcije, kakve su stubovi i lukovi. Kako bi ovo pokazali, uporedi i napravi razliku između zidanog stuba i čeličnog tornja, oba opterećena bočnom silom  $P$  (Slika 11).



**Slika 11 Bočno opterećeni (a) čelični toranj, (b) zidani stub i (c) idealizirane krive odgovora**

Debljina i vlastita težina zidanog stuba ukazuju da je izvjesno da postoji određeni otpor prevrtanju. Tako zidani stub može biti posmatran kao da je identičan čeličnom toranjskom (konzolnom) štapu ali sa konačnim kapacitetom momenta ( $M_p$ ) koji se mijenja sa visinom. Ova promjenljiva  $M_p$  veličina mora biti jednaka normalnoj sili u datom poprečnom presjeku pomnoženoj polovinom debljine stuba. Međutim, pošto se u zidanim konstrukcijama efektivni moment otpora kontinuirano mijenja, jasno je da može biti teško predstaviti diagram

momenata savijanja. Umjesto toga, obično je korisnije prikazati ekscentricitet  $e$  sile pritiska  $P$ , odnosno potisak, u svakom poprečnom presjeku.

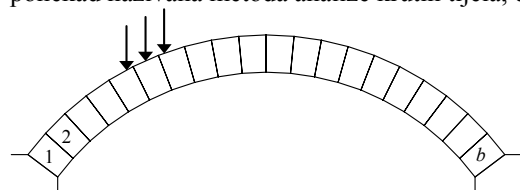
Tako kod zidanih konstrukcija:

- (i) Može se smatrati da je, kod plastične analize, zadovoljen uslov tečenja ukoliko potporna linija u potpunosti leži unutar zida.
- (ii) Može se smatrati da je, kod plastične analize, zadovoljen uslov mehanizma ukoliko potporna linija naizmjenično dodiruje unutrašnji i vanjski rub zidnih blokova, dovoljan broj puta

Takođe, u kontekstu zidanih konstrukcija, gornja granična teorema pri plastičnom lomu, može se izraziti na sljedeći način: *ako potporna linija zadovoljava uslove mehanizma i ravnoteže, onda će dato opterećenje biti gornja granica stvarnog opterećenja pri plastičnom lomu*. Slično, donja granična teorema glasi: *ako potporna linija zadovoljava uslov ravnoteže i takođe u potpunosti leži unutar zida, onda je dato opterećenje donja granica stvarnog opterećenja pri plastičnom lomu*.

#### 4.4 Metoda (granične) analize krutih tijela

U praksi je geometrija zidanih lučnih mostova dovoljno složena što, u većini slučajeva, isključuje manuelnu analizu. Iako postoji mogućnost automatiziranja metode plastične analize zasnovane na manuelnom proračunu, sada je razvijena metoda analize zasnovana na računarskom programu koja ima opštiju primjenu. Ova metoda, ponekad nazivana metoda analize krutih tijela, dodatno dozvoljava modeliranje loma usljed klizanja.



Slika 12 Opterećeni svod

Dalje je, u osnovi, data formulacija ravnoteže čvora kod analize krutih tijela, postavljena od strane Livesley-ija. U poređenju sa drugim formulacijama (npr. Gilbert i Melbourne [16]), ova formulacija daje veliki broj graničnih parametara i promjenljivih, ali će ukupan broj elemenata koji nisu jednaki nuli, biti relativno mali, što znači da se do rješenja može doći na veoma efikasan način, korištenjem savremenih algoritama linearnog programiranja (LP).

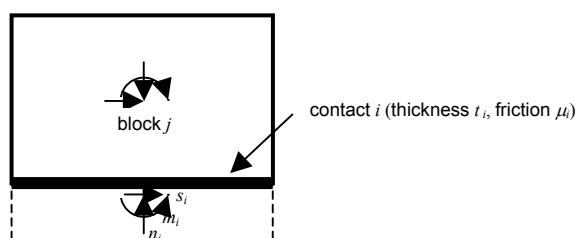
Tako, podrazumijevači da postoji  $b$  blokova i  $c$  kontaktnih površina, problem se može izraziti kako slijedi:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \lambda \\ & \text{zavisno od} \\ & \mathbf{Bq} - \lambda \mathbf{f}_L = \mathbf{f}_D \\ & \left. \begin{aligned} m_i &\leq 0.5n_i t_i \\ m_i &\geq -0.5n_i t_i \\ s_i &\leq \mu_i n_i \\ s_i &\geq -\mu_i n_i \end{aligned} \right\} \text{ za svaki kontakt, } i = 1, \dots, c \end{aligned} \quad (1)$$

gdje je  $\lambda$  faktor opterećenja,  $\mathbf{B}$  pogodna  $(3b \times 3c)$  matrica ravnoteže izvedena iz geometrije konstrukcije a  $\mathbf{q}$  i  $\mathbf{f}$  vektori kontaktnih sila odnosno opterećenja blokova. Tako je  $\mathbf{q}^T = \{n_1, s_1, m_1, n_2, s_2, m_2, \dots, n_c, s_c, m_c\}$ ;  $\mathbf{f} = \mathbf{f}_D + \lambda \mathbf{f}_L$  gdje su  $\mathbf{f}_D$  i  $\mathbf{f}_L$  vektori stalnog odnosno pokretnog opterećenja. Kontaktne sile i sile u blokovima, dimenzije i karakteristike trenja, prikazani su na Slici 13. Koristeći ovu formulaciju, jasno je da su problemske promjenljive linearnog programiranja – kontaktne sile:  $n_i, s_i, m_i$  (gdje je  $n_i \geq 0$ ;  $s_i, m_i$  su slobodne promjenljive).

U gornjoj formulaciji klizanje je modelirano kao vezano ili kao tip trenja ‘na zubac’ (to jest, razdvajanje je praćeno dilatacijom). Iako, trenje često nije posebno značajno kod 2D problema lučnih mostova (pošto zglobni

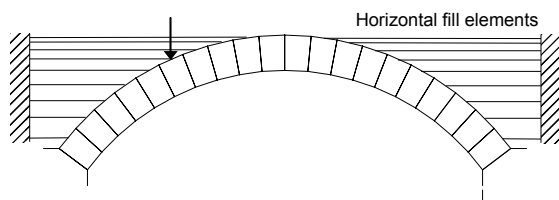
način loma često preovladava), razni autori su, u novije vrijeme, izmijenili gore pomenutu matematičku formulaciju na taj način da uzimaju u obzir nepovezane probleme trenja [17][18].



**Slika 13 Sile u bloku i kontaktne sile**

#### 4.4.1 Djelovanje strukture nasipa

U praksi je čvrstoća zidanih lučnih mostova sa zemljanom ispunom povećana (a) putem rasprostiranja opterećenja kroz nasip i (b) horizontalnim pritiscima pasivnog tipa. Za ove druge se često smatra da se linearno povećavaju sa dubinom, uz koeficijent  $K_p$  kojim je određen odnos između horizontalnih pritisaka i pritisaka od vlastite težine. Pronađeno je da u složenom geometrijskom skupu postoji efikasan, mada prilično grub, metod uvrštavanja horizontalnih pritisaka tla u metodu analize krutih tijela, a to je uvođenje takozvanih elemenata ispune (Slika 14).



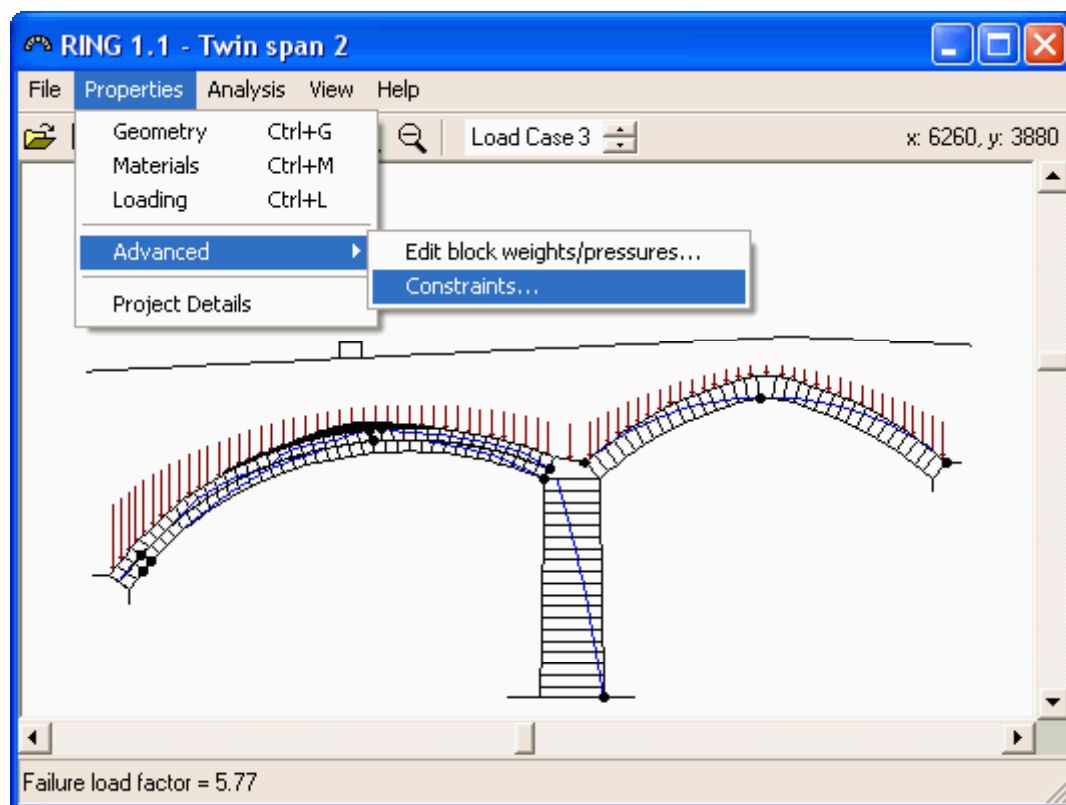
**Slika 14 Svod ukrućen jednoaksijalnim elementima ispune**

Ovi elementi ispune se sabijaju pod konstantnom silom (jednaka  $K_p \times$  vertikalni pritisak  $\times$  površina), ali nemaju sposobnost istezanja. Ovo obezbjeđuje mobilizaciju pritisaka u ispravnom smislu ("aktivni" pritisci su relativno mali, te zbog toga često zanemareni). Elementi ispune su lako dodani LP formulaciji problema (1). Međutim, kako se u praksi pritisci ispune mogu mobilizirati samo kada su deformacije konstrukcije velike, može se raspravljati i tvrditi da je neophodna analiza velikih deformacija [19] (do sada opisana analiza podrazumijeva infitezimalne deformacije). Predmet djelovanja konstrukcije ispune je područje gdje su neophodna dalja istraživanja.

#### 4.4.2 Računarski program RING [20]

Uprkos prednostima metode krutih tijela, sve do nedavno samo nekoliko istraživača ili praktičara je imalo pristupa računarskom programu zasnovanom na formulaciji analize krutih tijela. Kako bi se ovo stanje popravilo, program zasnovan na analizi krutih tijela, razvijen od strane autora za potrebe ličnih istraživanja, nedavno je razvijen u upotrebljiv inženjerski program. Proizašli program pod imenom RING, je sada besplatno dostupan putem interneta ([www.shef.ac.uk/ring](http://www.shef.ac.uk/ring)). Na slici 15 je prikazan primjer izgleda ekrana.

RING je izvorno razvijen kao podrška kod tumačenja rezultata laboratorijskih testova, opisanih u poglavlju 4.2. Od prvog objavljivanja rada u časopisu The Structural Engineer [14][15][17], program je poboljšao u smislu uključivanja, između ostalog, loma materijala [21] i realističnijih modela rasprostiranja opterećenja kroz nasip. U Tabeli 1 predstavljeni su rezultati RING analize uzorka, uporedo sa rezultatima eksperimenta (za mostove sa odvojenim čeonim zidovima). Kako bi se dobili ovi posljednji RING rezultati, određen je standardni koeficijent bočnog pritiska tla (radije nego naknadno ubačeni pritisci dobijeni eksperimentalno, kako je korišteno u prvom radu). Ova pretpostavka, potencijalno vodi ka precjenjivanju maksimalne veličine lokalnih pritisaka koji se mogu desiti u zonama masa tla gdje su dilatacije male (tj. u blizini zgloba na najvišoj tački ekstradosa kod jednorasponskih mostova), ali jasno je iz Tabele 1 da se, koristeći jednu vrijednost  $K_p$ , mogu dobiti razumni rezultati za niz različitih geometrija mosta.



Slika 15 Program RING: primjer izgleda ekrana

Most	Opis	Eksp. opterećenje pri lomu (kN)	RING analiza			Teoretsko / Eksperimentalno opterećenje pri lomu
			Granični ugao rasprostiranja opterećenja (stepeni)	Koeficijent pasivnog pritiska tla, $K_p$	Teoretsko opterećenje pri lomu (kN)	
3-1	Jedan raspon 3m	360	45	4.5*	243	0.68
3-2	Jedan raspon 3m ; nevezani svodni prstenovi	540	45	4.5*	550	1.02
5-1	Jedan raspon 5m	1720 <sup>+</sup>	45	4.5*	2238	1.30 <sup>+</sup>
5-2	Jedan raspon 5m ; nevezani svodni prstenovi	500	45	4.5*	482	0.96
Multi-2	Trostruki raspon 3m	320	45	4.5*	358	1.12

\*približno 1/3 od punog klasičnog koeficijenta pasivnog pritiska zahtijevanog mjerenom  $\phi$  vrijednosti od 60°

<sup>+</sup>eksperimentalno opterećenje pri lomu ovog mosta je bilo smanjeno iznenadnim početkom djelimičnog odvajanja prstenova

**Tabela 1 Primjer uporedenja opterećenja pri lomu dobijenih Bolton laboratorijskim testovima i pomoću RING-a**

Treba primijetiti da RING nema sposobnost da prepozna iznenadnu pojavu razdvajanja prstenova, fenomen kvazi-loma (stoga i precjenjivanje čvrstoće kod mosta 5-1; vidi Tabelu 1). U ovom slučaju je neophodna naprednija analitička tehnika (tj, nelinearna analiza konačnim elementima). Međutim, pošto je priroda prionljivosti između prstenova, uobičajeno nepoznat parametar u slučaju stvarnih mostova, za sumnjati je da će primjena izuzetno složenih numeričkih modela biti opravdana u većini slučajeva.

## 5. Zaključci

U ovim bilješkama su istaknute neke od glavnih tema koje se odnose na konstruktorske aspekte zidanih lučnih mostova. Nedavna istraživanja su unaprijedila naše razumijevanje kako se jedno i višerasponski mostovi ponašaju pod opterećenjem. Međutim, ima još dosta toga što trebamo naučiti. Sada postoje izgrađeni mostovi koji, kada se analiziraju, izgleda da nemaju kapacitet nosivosti čak ni za laka vozila, a ipak u praksi ne pokazuju vidljive znakove iscrpljenosti čak ni kada su opterećeni teškim vozilima. Ovo je vjerovatno, u principu rezultat našeg sadašnjeg slabog razumijevanja načina na koji svodovi djeluju zajedno sa okolnim materijalom nasipa. Ipak, problemi sa primjenom novih naučnih metoda analize su značili da, uprkos svim poboljšanjima u analitičkim metodama koja su se desila od sredine 1980-ih, nadležne cestovne i željezničke službe u UK još uvijek se zalažu za primjenu polu-iskustvene metode procjenjivanja, razvijene u toku II svjetskog rata (takozvana MEXE metoda).

## 6. Reference

- [1] Van Beek, G.W. (1987), "Arches and Vaults in the Ancient Near East", Sci. Am. vol. 256.
- [2] Heyman, J., "On the rubber vaults of the middle ages, and other matters", Gaz. des Beaux-Arts.
- [3] Perronet, J.R. (1782, 1783), "Description des projets et de la construction des ponts de Neuilly de Mantes, D'Orleans etc.", 2 vols., Paris.
- [4] Straub, H. (1960), A history of Civil Engineering, Hill.
- [5] Rennie, Sir J. (1846), "Presidential address", Min. I.C.E. Vol.5, 19-122.
- [6] Brunel, I. (1870), "The Life of Isambard Kingdom Brunel, Civil Engineer", Longmans, London.
- [7] Heyman, J. (1982), "The Masonry Arch", Ellis Horwood.
- [8] Sicilia, C. Hughes, T.G. and Pande, G.N. (2000), Centrifuge and finite element modelling of Pontyprydd Bridge, Proc 12th Int Brick/Block Masonry Conf, Madrid, 1707-1717.
- [9] Website: <http://www.llgc.org.uk/ardd/pensaeri/021.gif>, accessed October 2003
- [10] Barlow, W.H. (1846), "On the existence (practically) of the line of equal horizontal thrust, and the mode of determining it by geometrical construction", Minutes of the Institution of Civil Engineers, 5, 162-182.
- [11] Navier, L.M.H. (1826), "Resume des lecons donnees a l'Ecole des Ponts et Chaussees sur l'application de la mecanique a l'etablissement des constructions et des machines", Part 1.
- [12] Castigliano, A. (1879), "Theorie de l'equilibre des systemes elastiques et ses applications", Torino.
- [13] Page, J. (1993), "Masonry Arch Bridges", HMSO.
- [14] Melbourne C. and Gilbert M. (1995), "The behaviour of multi-ring brickwork arch bridges", The Structural Engineer, 73(3), 39-47.
- [15] Melbourne C., Gilbert M. & Wagstaff M. (1997), "The collapse behaviour of multi-span brickwork arch bridges", The Structural Engineer, 75(17), 297-305.
- [16] Gilbert, M. & Melbourne, C. (1994), "Rigid-block analysis of masonry structures", The Structural Engineer, 72(21), 356-361.
- [17] Ferris, M. and Tin-Loi, F. (2001), "Limit analysis of frictional block assemblies as a mathematical program with complementarity constraints", Int. J. Mech. Sci., Vol. 43, 209-224.
- [18] Gilbert, M., Ahmed, H.M. and Casapulla, C. (2003), "Computational limit analysis of masonry structures in the presence of non-associative friction", Proc. STRUMAS VI conference, Rome.
- [19] Gilbert, M. (1997), "Gross displacement mechanism analysis of masonry bridges and tunnels", Proc. 11th International Brick/Block masonry conference, Shanghai, 473-482.
- [20] Gilbert, M. (2001), "RING: a 2D rigid-block analysis program for masonry arch bridges", in ARCH01, ed. Abdunur, C., Proceedings of the 3rd International Arch Bridges Conference, Paris.
- [21] Gilbert M. (1998), "On the analysis of multi-ring brickwork arch bridges", 2nd International Arch Bridges Conference, Venice, 109-118.

## **Brief Curriculum Vitae**

Matthew Gilbert graduated with a first class honours degree in Civil and Structural Engineering from the University of Sheffield in 1989. Following a brief period spent with a civil engineering contractor he returned to academia, studying the behaviour of masonry arch bridges (awarded PhD by the University of Manchester, 1993). He then joined the University of Sheffield, employed initially as a Research Associate and subsequently as John Carr Lecturer. In 2003 he was awarded a prestigious 5-year EPSRC Advanced Research Fellowship (the first time this has been awarded to any member of a UK 'Civil Engineering' department for many years).

He has a strong interest in the static and dynamic performance of masonry structures, particularly masonry arch bridges. Additionally for about a decade he has been researching the impact behaviour of masonry walls and the dynamic fracture characteristics of masonry joints. In total he is the author or co-author of more than 60 research papers, reports and book chapters on masonry structures.

As part of his EPSRC Advanced Research Fellowship work he will focus on developing novel computational limit analysis and design synthesis methods for application to a wide range of structural types (including masonry structures). The situation is that at present to quickly estimate the ultimate strength of a structure, practitioners often have to rely on either highly simplistic hand type calculations or on highly complex non-linear elastic modelling techniques, with no rational 'middle way'. Additionally, the initial design stage for structures such as canopies and bridges tends to be carried out in an ad-hoc manner, with individual engineers' intuition typically being used to initially determine optimum member layouts. Both these issues are being addressed.

He is also a chartered civil engineer and a recipient of the Institution of Structural Engineers' Husband Award for a paper on multispan masonry arch bridges published in their journal. Organisations sponsoring his research have to date included EPSRC, Network Rail and Buro Happold (recipient of research awards totalling >£650K since 1998).

## **Selected recent publications:**

Gilbert, M. and Tyas, A., 'Layout optimization of large-scale pin-jointed frames', *Engineering Computations*, Vol. 20, No. 8, pp. 1044-1064, 2003.

Gilbert, M., Hobbs, B, and Molyneaux, T.C.K., 'The performance of unreinforced masonry walls subjected to low-velocity impacts: experiments', *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 27, pp. 231-251, 2002.

Gilbert, M., Hobbs, B, and Molyneaux, T.C.K., 'The performance of unreinforced masonry walls subjected to low-velocity impacts: mechanism analysis', *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 27, pp. 253-275, 2002.